



ÜSLÜ İFADELER

Tam Sayıların Tam Sayı Kuvvetleri

a bir tam sayı, n bir doğal sayı olmak üzere n tane a'nın çarpımına karşılık gelen a^n ifadesine **üslü ifade** adı verilir. Burada a sayısına **taban**, n sayısına **üs (kuvvet)** adı verilir.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ tane } a}$$

a^n ifadesi "a'nın n. kuvveti" ya da "a üssü n" diye okunur.

Örnek:

Aşağıda tekrarlı çarpımları verilen tam sayıları üslü ifade şeklinde yazalım.

a. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$

b. $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

Çözüm:

a. $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^5$
 $\downarrow$
 5 tane

b. $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-2)^6$
 $\downarrow$
 6 tane

Örnek:

8^2 , $(-3)^4$, $(-2)^7$, -2^3 üslü ifadelerinin değerlerini bulalım.

Çözüm:

$$8^2 = 8 \cdot 8 = 64$$

$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$

$$(-2)^7 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -128$$

$$-2^3 = -(2 \cdot 2 \cdot 2) = -8$$

a sıfırdan farklı bir tam sayı ve n bir tam sayı olmak üzere,

$$a^0 = 1 \text{ ve } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Örnek:

$(-4)^0$, 4^{-3} , $(-2)^{-3}$, $(-4)^{-2}$ ifadelerinin değerlerini bulalım.

Çözüm:

$$(-4)^0 = 1$$

$$4^{-3} = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{1}{64}$$

$$(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)} = -\frac{1}{8}$$

$$(-4)^{-2} = \frac{1}{(-4)^2} = \frac{1}{(-4) \cdot (-4)} = \frac{1}{16}$$

•Pozitif bir tam sayının tam sayı kuvvetlerinin değeri **pozitif** işaretlidir. Negatif bir tam sayının çift tam sayı kuvvetlerinin değeri **pozitif** işaretli, tek tam sayı kuvvetlerinin değeri **negatif** işaretlidir.

Örnek:

(-2) ve (-3) negatif tam sayılarının bazı tek ve çift kuvvetlerini hesaplayalım ve inceleyelim.

Çözüm:

$$(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$$

$$(-2)^{-5} = \frac{1}{(-2)^5} = \frac{1}{(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)} = -\frac{1}{32}$$

$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$$

$$(-3)^{-6} = \frac{1}{(-3)^6} = \frac{1}{(-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3)} = \frac{1}{729}$$

•Tabanları aynı olan üslü ifadeler ile çarpma işlemi yapılırken üsler toplanır. Bulunan toplam ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, m ve n tam sayılar olmak üzere $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ olur.

Örnek:

$10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^7$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde yazalım.

Çözüm:

$$10^5 \cdot 10^6 \cdot 10^7 = 10^{5+6+7} = 10^{18}$$

•Tabanları aynı olan iki üslü ifadenin bölümünde, paydaki ifadenin üssünden paydadaki ifadenin üssü çıkarılarak ortak tabana üs olarak yazılır.

$a \neq 0$, m ve n tam sayılar olmak üzere $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ dir.

Örnek:

$\frac{7^{13}}{7^8}$ işleminin sonucunu üslü ifade şeklinde yazalım.

$$\frac{7^{13}}{7^8} = 7^{13-8} = 7^5$$

• $a \neq 0$, m ve n tam sayılar olmak üzere $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ dir.

Örnek:

$(81)^4$ üslü ifadesini 3'ün kuvveti şeklinde yazalım.

Çözüm:

$$(81)^4 = (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)^4 = (3^4)^4 = 3^{16} \text{ olur.}$$

• $a \neq 0$ ve n tam sayı olmak üzere,

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \text{ ve } \frac{1}{a^n} = a^{-n} \text{ olur.}$$

Örnek:

$$2^4 = \frac{1}{a} \text{ ve } \frac{1}{3^4} = b \text{ olduğuna göre } a \text{ ve } b\text{'yi üslü ifade biçiminde yazalım.}$$

Çözüm:

$$\frac{1}{2^{-4}} = \frac{1}{a} \quad a = 2^{-4}$$

$$\frac{1}{3^4} = b \quad b = 3^{-4}$$

• n bir tam sayı olmak üzere $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ dir.

$$b \neq 0 \text{ ve } a \text{ bir tam sayı olmak üzere } \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Örnek:

Aşağıda verilen ifadeleri düzenleyelim.

$$\text{a. } (2 \cdot 3)^4 \quad \text{b. } \left(\frac{4}{3}\right)^5$$

Çözüm:

$$\text{a. } (2 \cdot 3)^4 = 2^4 \cdot 3^4 \quad \text{b. } \left(\frac{4}{3}\right)^5 = \frac{4^5}{3^5}$$

Ondalık Gösterimlerin Üslü Gösterimi

Ondalık gösterimi verilen sayının basamak değerlerinin toplamı biçiminde yazılmasına **çözümleme** adı verilir. Ondalık gösterimlerin çözümlenmiş hâlleri üslü sayılar ile de gösterilebilir. Ondalık gösterimler çözümlenirken basamak değerleri 10 ve 10'un tam sayı kuvvetleri şeklinde yazılabilir.

Örnek:

Çözümlenmiş hâli $9 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3}$ olan ondalık gösterimi bulalım.

Çözüm:

$$\begin{aligned} & 9 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} \\ &= 9 \cdot 1000 + 4 \cdot 100 + 1 \cdot 10 + 5 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot \frac{1}{100} + 5 \cdot \frac{1}{1000} \\ &= 9000 + 400 + 10 + 5 + \frac{3}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} \\ & \quad (100) \quad (10) \end{aligned}$$

$$= 9415 + \frac{300 + 20 + 5}{1000}$$

$$= 9415 + \frac{325}{1000} = 9415 + 0,325 = 9415,325$$

Örnek:

16 000 sayısını 10 'un 3. , 2. ve (-2) . kuvvetini kullanarak ifade edelim.

Çözüm:

$$16\ 000 = 16 \cdot 1000 = 16 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 16 \cdot 10^3$$

$$16\ 000 = 160 \cdot 100 = 160 \cdot 10 \cdot 10 = 160 \cdot 10^2$$

$$16\ 000 = 1\ 600\ 000 \cdot \frac{1}{100} = 1\ 600\ 000 \cdot \frac{1}{10^2} = 1\ 600\ 000 \cdot 10^{-2}$$

Bilimsel Gösterim

a bir sayı, $1 \leq |a| < 10$ ve n bir tam sayı olmak üzere $a \cdot 10^n$ şeklindeki gösterime **bilimsel gösterim** adı verilir.

Örnek:

2 600 000 000 000 sayısının bilimsel gösterimini bulalım.

Çözüm:

$$2\ 600\ 000\ 000\ 000 = 2,6 \cdot 10^{12}$$